

Appendice B

Le distribuzioni

L'idea base della teoria di Schwarz è di associare a ciascuna funzione una applicazione lineare, un funzionale, che trasformi la funzione in uno scalare:

$$F[\phi] = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x) dx$$

Tutte le funzioni ϕ sono definite in C_0^∞ . Funzioni queste infinitamente derivabili e diverse da zero soltanto in un insieme limitato. Consideriamo poi il funzionale:

$$F_f[\phi] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\phi(x) dx$$

dove abbiamo introdotto una funzione $f(x)$ che non ha bisogno di essere né derivabile né annullarsi all'infinito perché l'integrale abbia significato. Basta che $f(x)$ sia continua. Abbracciando quindi l'idea che una funzione $f(x)$ è effettivamente definita dalla sua azione su funzioni cavia, definite in C_0^∞ , tramite un'integrazione, si ottengono risultati strabilianti.¹ Un esempio: se $f(x)$ rappresenta una temperatura non v'è alcun modo di determinarne fisicamente il valore in punto a meno che non si faccia una media su piccole superfici o volumi. A questo scopo il funzionale, definito da Schwarz, risolve l'inghippo. Il funzionale ha più significato fisico che i valori puntuali che la funzione potrebbe assumere. Se $f(x)$ è differenziabile allora c'è un funzionale associato con la derivata

$$F_{f'}[\phi] = \int_{-\infty}^{+\infty} f'(x)\phi(x) dx$$

¹L'idea si ricollega in modo impressionante alle serie geometriche infinite che caratterizzano i numeri razionali periodici, ai polinomi algebrici e trigonometrici di lunghezza infinita con cui si esprimono spesso le usuali funzioni dell'analisi elementare (Taylor e Fourier).

Ma si può scrivere

$$\begin{aligned} F_{f'}[\phi] &= \int_{-\infty}^{+\infty} f'(x)\phi(x) dx \\ &= f(x)\phi(x)|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\phi'(x) dx = -S_f[\phi'] \\ F_{f'}[\phi] &= S_f[\phi'] \end{aligned}$$

Anche se $f(x)$ non è differenziabile in senso classico, con questa nuova rappresentazione possiamo derivarla. Scarichiamo la derivata da $f(x)$ alla funzione supporto $\phi(x)$. E' la generalizzazione della nozione di derivata. In tal modo qualsiasi funzione continua diventa C^∞ . Come si inserisce in questo quadro la distribuzione di Dirac? Il funzionale associato alla δ è

$$F_\delta[\phi] = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)\phi(x) dx = \phi(0)$$

Ebbene la distribuzione $\delta(x)$ è la derivata della funzione gradino $\theta(x)$. Infatti δ e $d\theta/dx$ generano lo stesso funzionale su tutte le funzioni di supporto C_0^∞ . Per $d\theta/dx$ abbiamo

$$\begin{aligned} F_{\theta'}[\phi] &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\theta}{dx} \phi dx = -F_\theta[\phi'] \\ &= - \int_{-\infty}^{+\infty} \theta \phi' dx \\ &= - \int_0^{+\infty} \phi' dx \\ &= -\phi|_0^{+\infty} \\ &= \phi(0) \end{aligned}$$

Ma come sappiamo

$$\phi(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)f(x) dx$$

Inoltre alcune utili proprietà della distribuzione δ sono

1. La δ è pari: $\delta(x) = \delta(-x)$
2. La rappresentazione integrale è $\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikx} dk$

3. La derivata prima soddisfa la relazione $x \frac{d\delta(x)}{dx} = -\delta(x)$. La δ è legata alla funzione gradino

$$\theta(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x < 0 \\ 1 & \text{per } x > 0 \end{cases}$$

dalla relazione

$$\int_{-\infty}^x \delta(x) dx = \theta(x)$$

Segue che

$$\frac{d\theta(x)}{dx} = \delta(x)$$

4. Si ha anche

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta(g(x)) dx = \left[\frac{1}{\left| \frac{dg(x)}{dx} \right|} f(x) \right]_{g(x)=0}$$

5. In \mathbf{R}^3 e \mathbf{M} le rappresentazioni integrali della δ sono

$$\delta^3(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{-ik_i x_i} dk^3$$

$$\delta^4(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int e^{-ik_\mu x_\mu} dk^4$$

Appendice C

Risoluzione Esercizi 7.27

A questi quesiti è data solo risposta. Ritengo sia utile una risoluzione dettagliata per la loro importanza didattica nel chiarimento del concetto di massa che, dopo un secolo di relatività, viene da molti troppi testi scientifici o divulgativi trattato in modo totalmente inesatto. Utilizziamo un sistema di unità di misura in cui la velocità della luce nel vuoto in un RI. inerziale viene posta uguale ad 1. $c = 1$ significa rendere le velocità adimensionali. Si usa la stessa unità di misura per le lunghezze ed i tempi. La relazione fondamentale della relatività e forse di tutta la fisica, detta relazione di mass-shell, lega la quantità di moto \vec{p} e l'energia E di una particella e nelle nostre unità è

$$E^2 - |\vec{p}|^2 = M^2$$

Per un sistema di due oggetti si ha:

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2, & \vec{p} &= \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \\ M^2 &= E^2 - |\vec{p}|^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 = \\ &= \boxed{m_1^2 + m_2^2 + 2E_1E_2(1 - \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2)} \end{aligned}$$

e per due fotoni di massa individuale nulla:

$$\boxed{M^2 = 2E_1E_2(1 - \cos\vartheta)}$$

La massa non è additiva! Allora per i quesiti 7.27, indicando con M la massa del sistema, si ha:

1. $E_1 = m; p_1 = 0 \quad E_2 = 3m; p_2 = \sqrt{8}m \rightarrow M = 2\sqrt{2}m$
2. $E_1 = 7m; p_1 = \sqrt{40}m \quad E_2 = m; p_2 = 0 \rightarrow M = 2\sqrt{6}m$
3. $E_1 = m; p_1 = 0 \quad E_2 = 3m; p_2 = 3m \rightarrow M = \sqrt{7}m$

$$4. E_1 = E; p_1 = E \quad E_2 = 3E; p_2 = 3E \rightarrow M = 2\sqrt{3} E$$

$$5. E_1 = m; p_1 = E \quad E_2 = 2E; p_2 = 2E \rightarrow M = 0$$

$$6. E_1 = 2m; p_{1x} = \sqrt{3} m \quad E_2 = 2m; p_{2y} = \sqrt{3} m \rightarrow M = \sqrt{10} m$$

$$7. E_1 = E; p_{1x} = E \quad E_2 = 3E; p_{2y} = 3E \rightarrow M = \sqrt{6} E$$

Assai interessante è il fatto che il sistema formato da due fotoni, di massa nulla, ha invece una massa come nei casi 4 e 7. Secondo J.A.Wheeler¹, la massa è una proprietà del sistema, non dei singoli componenti il sistema stesso. Wheeler paragona la massa alla vita di un cagnolino i cui singoli atomi non hanno certo vita, ma il sistema cagnolino sì. D'altronde anche l'energia potenziale appartiene ad un sistema, le cui parti interagiscono, non certo alle singole particelle.

¹John Archibald Wheeler fu un famoso fisico del novecento coautore dei due testi di riferimento sulla relatività: **Spacetime Physics e Gravitation** .

Appendice D

Teoria relativistica dell'aberrazione

Usiamo due RI: Il primo x, y, z, t in cui è in quiete la stella; il secondo x', y', z', t' solidale alla Terra. Sia \vec{v} la velocità della terra rispetto alla stella. Gli assi li orientiamo in modo che \vec{v} abbia solo la componente x , positiva. Supporremo poi che la stella vista dalla Terra sia nel piano (x, z) e che siano ϑ e ϑ' gli angoli da cui si vede arrivare la luce nei due RI. Le componenti della velocità della luce sono

$$\begin{aligned} v_x &= -c \cos \vartheta & v_y &= 0 & v_z &= -c \sin \vartheta \\ v'_x &= -c \cos \vartheta' & v'_y &= 0 & v'_z &= -c \sin \vartheta' \end{aligned}$$

Il modulo della velocità è, naturalmente, c in entrambi i RI. La trasformazione dell'velocità è

$$v'_x = \frac{v_x - v}{1 - vv_x/c^2} \quad v'_z = \frac{v_z}{\gamma(1 - vv_x/c^2)}$$

e sostituendo, otteniamo

$$\cos \vartheta' = \frac{\cos \vartheta + v/c}{1 + v \cos \vartheta/c} \quad \sin \vartheta' = \frac{\sin \vartheta}{\gamma(1 + v \cos \vartheta/c)}$$

Si ricava quindi

$$\begin{aligned} \sin(\vartheta - \vartheta') &= \frac{\sin \vartheta}{1 + \frac{v}{c} \cos \vartheta} \left(\frac{v}{c} + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cos \vartheta \right) = \frac{v}{c} \sin \vartheta \frac{1 + \frac{\gamma}{\gamma + 1} \frac{v}{c} \cos \vartheta}{1 + \frac{v}{c} \cos \vartheta} \\ &\simeq \frac{v}{c} \sin \vartheta - \frac{v^2}{2c^2} \sin 2\vartheta \end{aligned}$$

La correzione relativistica può arrivare fino a $v^2/(2c^2) = 0,0005''$ che, con l'odierna tecnologia, è certamente misurabile. Osserviamo che non c'è solo il moto orbitale della Terra a produrre l'aberrazione, ma anche la rotazione. La velocità di un punto della superficie terrestre è comunque sempre inferiore a $0,5 \text{ km/s}$, e produce un effetto che non supera $0,4''$. E questa l'**aberrazione diurna** che ha il periodo di un giorno siderale.

Appendice E

Diagramma di Minkowski

Un utile diagramma di Minkowski, più di un lungo discorso, spiega gli strani effetti della relatività¹. Dato il sistema inerziale \mathcal{R} ne consideriamo un altro \mathcal{R}' in moto rettilineo uniforme, rispetto al primo con velocità \vec{v} diretta lungo l'asse x . In base alle trasformazioni di Lorentz da \mathcal{R} a \mathcal{R}' scritte, per comodità, nella forma

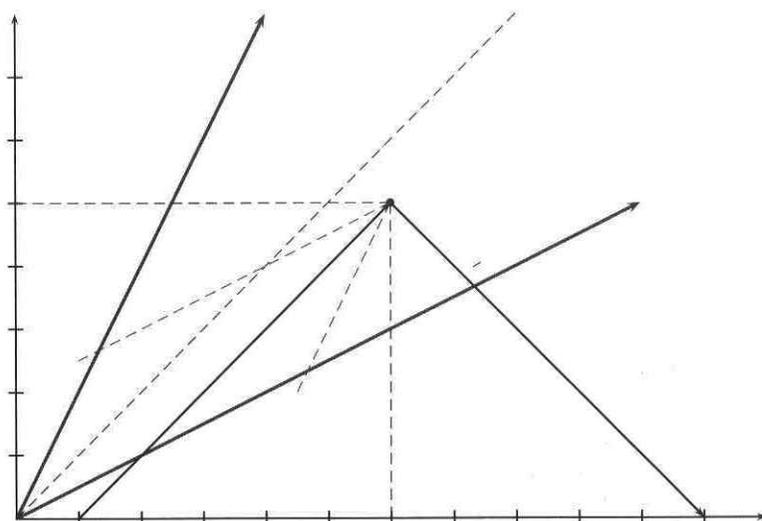
$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2}} \\t' &= \frac{t - vx}{\sqrt{1 - v^2}}\end{aligned}$$

L'asse x' (con $t' = 0$) ha equazione $t = vx$ nel piano (x, t) . E' una retta che forma con l'asse x un angolo di ampiezza $\vartheta = \tan^{-1} v$. Analogamente, l'asse t' (con $x' = 0$) ha equazione $x = vt$ nello stesso piano e forma con l'asse t lo stesso angolo ϑ . La situazione è rappresentata nella figura seguente. Il fatto che gli assi x e t siano ortogonali mentre non lo sono x' e t' corrisponde ad una scelta arbitraria. I due sistemi di riferimento sono del tutto equivalenti. L'evento P ha coordinate x_P, t_P in \mathcal{R} e x'_P, t'_P in \mathcal{R}' . Coordinate che si determinano geometricamente tracciando le parallele agli assi. Dobbiamo pure ricordare che le scale su i due sistemi sono diverse e che sussiste la relazione

$$x^2 - t^2 = x'^2 - t'^2$$

Inoltre il disegno, su \mathbf{R}^2 , non deve trarre in inganno. Non siamo nel piano euclideo, **ma in quello di Minkowski**. Nel disegno convivono due geometrie. Gli assi (x, t) , per come sono stati disegnati, sono ortogonali per le due geometrie. Invece gli assi (x', t') sono ortogonali solo nella geometria di Minkowski. Dalla figura trova giustificazione tutta la ricca fenomenologia delle trasformazioni di Lorentz.

¹Secondo un antico proverbio cinese, una figura vale più di diecimila parole.



Appendice F

Ancora il paradosso degli orologi... nella relatività generale

Consideriamo due orologi identici e sincronizzati. Il primo (orologio 1) è fermo, all'equatore, sulla superficie terrestre, mentre il secondo (orologio 2) è su un aereo che percorre un'orbita equatoriale attorno alla Terra ad un'altezza h ed una velocità \vec{v} rispetto al suolo. I due tempi propri $\Delta\tau$ li ricaviamo dalla celeberrima metrica di Schwarzschild. Il primo orologio, dopo una rotazione attorno all'asse terrestre con $R =$ raggio della terra, $dr = 0$ e gli assi scelti in modo che il piano equatoriale corrisponda a $\vartheta = \pi/2$, segna un tempo:

$$\Delta\tau_1 = \int \sqrt{\left(1 - \frac{2GM}{c^2 R}\right) dt^2 - \frac{R^2}{c^2} d\varphi^2} = \int \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 R} - \frac{R^2 \Omega^2}{c^2}} \Delta t$$

dove $\Omega = d\varphi/dt$ è il modulo della velocità angolare della Terra e Δt è misurato in un ideale RI, assai lontano dalla Terra. Il tempo proprio del secondo orologio è:

$$\Delta\tau_2 = \int \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2(R+h)} - \frac{[(R+h)\Omega \pm v]^2}{c^2}} \Delta t$$

Il segno + corrisponde al moto dell'aereo verso est. Giova ricordare che né l'orologio fermo all'equatore né quello in moto circolare ad altezza h rispetto all'equatore sono in un RI. La quantità utile in questo calcolo è:

$$\delta = \frac{\Delta\tau_2 - \Delta\tau_1}{\Delta\tau_1}$$

cioè la variazione percentuale dei tempi propri che ci permette di eliminare la quantità non misurabile Δt che funge da artificio matematico nel corso del calcolo. Cosa certo consueta nella fisica teorica. I dati relativi alla Terra sono

$$R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad \Omega = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rads}^{-1}$$

Per l'aereo assumeremo come parametri tipici $h = 10^4 \text{ m}$ e $v = 300 \text{ ms}^{-1}$. Valgono inoltre le seguenti forti disuguaglianze:

$$\frac{GM}{c^2 R} \ll 1, \quad h \ll R, \quad \frac{h\Omega}{v} \ll 1, \quad \frac{v^2}{c^2} \ll 1.$$

Si ottiene così

$$\delta \simeq \frac{GMh}{c^2 R} \mp \frac{v\Omega R}{c^2} - \frac{v^2}{2c^2}$$

e il segno $-$ questa volta si riferisce al moto dell'aereo verso est. Rispetto al calcolo, condotto con l'armamentario della relatività speciale, si ha un nuovo soggetto $GMh/c^2 R$, dovuto alla curvatura dello spazio esterno alla Terra. I tre termini

$$\frac{GMh}{c^2 R} = 1,1 \cdot 10^{-12}, \quad \frac{v\Omega R}{c^2} = 1,6 \cdot 10^{-12}, \quad \frac{v^2}{2c^2} = 0,5 \cdot 10^{-12}$$

sono dello stesso ordine di grandezza. Quindi si ottiene

$$\delta = \begin{cases} -1,0 \cdot 10^{-12} & \text{(volo verso est)} \\ 2,2 \cdot 10^{-12} & \text{(volo verso ovest)} \end{cases}$$

L'effetto è assai piccolo, ma nondimeno è stato ripetutamente verificato con l'ausilio degli orologi atomici che hanno la sbalorditiva accuratezza di una parte su 10^{-14} .¹

¹Ci riferiamo agli esperimenti di Hafele e Keating, di L.Briatore e S.Leschiutta e al quotidiano funzionamento del sistema di rilevamento satellitare (GPS)

Appendice G

Le equazioni di Maxwell e il principio di relatività

Il principio di relatività stabilisce che le seguenti equazioni:

$$\nabla \cdot \vec{E}(x, y, z, t) = 4\pi\rho(x, y, z, t) \quad \text{and} \quad \nabla \cdot \vec{B}(x, y, z, t) = 0$$

devono valere in qualsiasi RI. Allora

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E}(x, y, z, t) = 4\pi\rho(x, y, z, t) &\Leftrightarrow \nabla \cdot \vec{E}'(x, y, z, t) = 4\pi\rho'(x, y, z, t) \\ \nabla \cdot \vec{B}(x, y, z, t) = 0 &\Leftrightarrow \nabla \cdot \vec{B}'(x, y, z, t) = 0 \end{aligned}$$

E' questo un fatto straordinario: implica le altre due equazioni di Maxwell. Infatti ricordando la legge di trasformazione dei campi

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x & B'_x &= B_x \\ E'_y &= \gamma(E_y - \beta B_z) & B'_y &= \gamma(B_y + \gamma E_z) \\ E'_z &= \gamma(E_z + \beta B_y) & B'_z &= \gamma(B_z - \beta E_y) \end{aligned}$$

si ha:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B'_x}{\partial x'} &= \frac{\partial B_x}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial x'} + \frac{\partial B_x}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x'} = \gamma \left(\frac{\partial B_x}{\partial x} + \beta \frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t} \right) \\ \frac{\partial B'_y}{\partial y'} &= \gamma \left(\frac{\partial B_y}{\partial y} + \beta \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial B'_z}{\partial z'} &= \gamma \left(\frac{\partial B_z}{\partial z} - \beta \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

Quindi

$$\nabla \cdot \vec{B}' = \gamma \left\{ \nabla \cdot \vec{B} + \beta \left[\frac{1}{c} \frac{\partial B_x}{\partial t} + (\nabla \wedge \vec{E})_x \right] \right\} = 0$$

Quando il nuovo RI si muove, rispetto all'altro RI, in direzione dell'asse y o dell'asse z , si ottengono le altre due componenti dell'equazione

$$\nabla \wedge \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

che non è altro che la condizione necessaria e sufficiente perché $\nabla \cdot \vec{B} = 0 \Leftrightarrow \nabla \cdot \vec{B}' = 0$. Ecco allora le magnifiche quattro equazioni di Maxwell

$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho$
$\nabla \cdot \vec{B} = 0$
$\nabla \wedge \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
$\nabla \wedge \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Nessuno che ne conosca il significato, la portata e la storia può rimanere indifferente davanti a tanta elegante bellezza. Se ci troviamo in una regione dello spazio priva di sorgenti, allora le equazioni assumono la forma

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot \vec{E} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \wedge \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \wedge \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{array} \right.$$

E' questo un sistema, di equazioni differenziali, lineare ed omogeneo. L'insieme delle soluzioni è uno spazio vettoriale ad infinite dimensioni. Quindi tra le infinite soluzioni occorre individuare quella determinata dalle sorgenti che stanno fuori la regione considerata. Un problema assai complesso. E' comunque semplice ricavare l'equazione di propagazione dei campi \vec{E} e \vec{B} applicando alla terza e quarta equazione l'operatore di rotazione. Si ottiene

$$\nabla \cdot \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

I campi ubbidiscono alla celebre equazione delle onde che porta il nome di D'Alembert. Utilizzando l'operatore di D'Alembert e una generica funzione

f , si scrive in forma compatta

$$\square f = 0; \quad \square \equiv \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

Nel caso unidimensionale, quello delle onde piane, utile, ma assai lontano dalla realtà fisica¹, abbiamo $f(x, t)$ e l'equazione diventa

$$\frac{\partial^2 f(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f(x, t)}{\partial t^2} = 0$$

La soluzione si ottiene operando il seguente cambiamento di variabili:

$$\xi = x - ct \quad \eta = x + ct$$

Poiché

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta \partial \xi} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2}, \quad \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2}$$

L'equazione di D'Alembert, in termini delle nuove variabili diventa

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \xi \partial \eta} = 0$$

la cui soluzione generale, assai nota, è

$$f(\xi, \eta) = g(\xi) + g(\eta) = g(x - ct) + g(x + ct)$$

dove le $g(x \mp t)$ sono funzioni arbitrarie che avendo valore costante nei punti in cui $x \mp t$ è costante, traslano con velocità c nella direzione dell'asse x , mantenendo inalterata la propria forma. Infine un'ultima osservazione: prendendo, questa volta in una regione dello spazio dove sono presenti delle sorgenti, la divergenza della quarta equazione di Maxwell otteniamo

$$0 = \frac{4\pi}{c} \nabla \cdot \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{E} \quad \implies \quad \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

La conservazione **locale** della carica elettrica è quindi una conseguenza delle equazioni di Maxwell.

¹Richiede sorgenti di infinita estensione spaziale

Appendice H

Ancora sulle equazioni di Maxwell: l'inversione del tempo

Quando un sistema obbedisce ad equazioni per le quali la trasformazione $t \mapsto -t$ rimanda da un fenomeno ad un'altro, diciamo che si ha **invarianza per inversione del tempo**. Insomma il principio di relatività vale pure per i RI in quiete relativa dove però il tempo scorre in due versi opposti. Le equazioni di Maxwell e quindi i fenomeni descritti, sono invarianti per inversione del tempo. Che significa questa proprietà? Se le sorgenti ρ e \vec{J} subiscono la trasformazione

$$\begin{cases} \rho(\vec{r}, t) \rightarrow \rho(\vec{r}, -t) \\ \vec{J}(\vec{r}, t) \rightarrow -\vec{J}(\vec{r}, -t) \end{cases}$$

\vec{J} cambia segno perché le velocità cambano segno, ma non le cariche. Le soluzioni \vec{E} e \vec{B} sono

$$\begin{cases} \vec{E}(\vec{r}, t) \rightarrow \vec{E}(\vec{r}, -t) \\ \vec{B}(\vec{r}, t) \rightarrow -\vec{B}(\vec{r}, -t) \end{cases}$$

Si potrebbe obiettare che l'equazione $\vec{J} = \sigma \vec{E}$, che esprime la legge di Ohm in forma locale, non risulta invariante per inversione del tempo. Ma si tratta di una equazione macroscopica, di stampo fenomenologico, ricavata da un modello (Drude - Lorentz) che fa uso dell'ipotesi statistica detta **perdita della memoria** delle condizioni iniziali dopo il tempo medio che intercorre tra due urti τ . Tempo che è uguale al tempo medio trascorso dall'ultimo urto ed anche al tempo medio che trascorrerà fino all'urto successivo. Se la cosa sembra paradossale, basta pensare al gioco del Lotto. Se un dato numero, su una certa ruota, esce in media ogni 18 settimane, la sua probabilità è **sempre** 1/18 anche se è stato estratto la settimana precedente o è in ritardo di 100

settimane. Quindi $\tau =$ **tempo medio di attesa** è sempre di 18 settimane **a partire da qualsiasi momento**. E' proprio questa l'ipotesi che genera l'irreversibilità temporale nella legge di Ohm.

Appendice I

Un rompicapo assai paradossale

Concludiamo con l'analisi di un semplice sistema ancora oggi oggetto di discussione nella letteratura attenta alle tematiche dell'elettromagnetismo. Il sistema è composto di un condensatore carico e da un solenoide, percorso da corrente costante, situato fra le armature del condensatore e con l'asse parallelo alle armature stesse. Il congegno è montato su un carrello. Essendo presente un campo elettromagnetico, c'è quindi un quantità di moto del campo stesso. Esempio: se $E = 3 \cdot 10^3$ volt/cm, $B = 10^3$ G, $V = 10^4$ cm³, la quantità di moto P sarà

$$P = \frac{1}{4\pi c} EBV \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ g cm/s}$$

Se il condensatore o il solenoide si scaricano, il vettore di Poynting si annulla perché si azzerano \vec{E} o \vec{B} . La quantità di moto del campo dove è finita? Si potrebbe pensare che il carrello si metta in moto fino a raggiungere una certa velocità che, in assenza di attriti, si mantiene costante in grandezza e direzione. Ma un altro ragionamento¹, ci fa escludere che il carrello possa mettersi in moto. Infatti supponiamo il carrello fermo e almeno uno dei due campi nullo. Facciamo passare corrente nel solenoide e quindi il sistema (condensatore+solenoido+carrello) dovrebbe mettersi in moto. Poi spegnendo la corrente, il sistema dovrebbe fermarsi. Tutto il congegno si sarebbe spostato di un certo tratto. Ma, se ci mettiamo in un RI in cui il sistema si muove con velocità \vec{v} in direzione ortogonale alla spostamento del carrello, allora il momento angolare alla fine non è lo stesso del momento angolare iniziale. La velocità del sistema non è cambiata, ma la distanza da un arbitrario polo si. Ergo siccome il momento angolare si conserva in ogni RI., allora il carrello non si è mosso. Due conclusioni diverse nell'analisi di uno stesso fenomeno! Un vero rompicapo che fa discutere ancora oggi anche se i più ritengono che

¹Idea del Prof. P.Menotti dell'Università di Pisa.

il carrello non si muove e la quantità di moto si trasferisce all'interno del sistema meccanico. Abbiamo una quantità di moto nascosta² che è posseduta anche da un sistema meccanico fermo. Il dibattito continua, naturalmente, nella letteratura specialistica.

²Hidden momentum in inglese.

La scuola dell'aria pulita

il ruolo del medico nella campagna scolastica antifumo e di educazione alla salute realizzata con le associazioni dei pazienti

Con l'anno scolastico 2010-2011 è iniziata anche la XI campagna scolastica antifumo, di educazione alla salute e di salvaguardia delle condizioni ambientali promossa da ASMARA, Associazione Siciliana dei Malati Asmatici, Respiratori ed Allergici e da AMP, Associazione Mediterranea Pneumologi e svolta negli istituti scolastici della Sicilia occidentale (Fig.1).

Tutto è iniziato nel 2000, quando le associazioni promotrici hanno realizzato la prima campagna attuando le direttive del Piano Sanitario Nazionale che prevede l'attuazione di interventi di educazione sanitaria, con particolare riferimento alla popolazione in età scolare e di iniziative volte alla limitazione del consumo di tabacco fra i minori di 16 anni. In più, la consueta Campagna Nazionale di Informazione ed Educazione Sanitaria, promossa dalla Federazione Italiana contro le Malattie Polmonari Sociali e la Tubercolosi, oltre ad avvalersi del tradizionale sostegno del Ministero della Sanità (circolare del 5 Giugno 2000 n.400.3/34.1/2249) (Fig.2), ha avuto anche il riconoscimento istituzionale del Ministero della Pubblica Istruzione con un Protocollo d'Intesa firmato dal Ministro e dal Presidente della Federazione (Fig3). Tale documento ha sancito per i medici pneumologi un ruolo attivo nello svolgimento di interventi didattici, informativi ed educativi nella Scuola nei confronti degli alunni e degli insegnanti.

Perché creare una scuola dell'aria pulita

Molteplici e tutte valide sono le motivazioni che hanno spinto gli organi istituzionali a firmare il protocollo di intesa per avvalersi degli specialisti pneumologi:

la scuola è un momento privilegiato per informare e formare sul grande tema dell'Educazione alla Salute: un ambiente scolastico deve essere sano, non deve indurre malessere, né aggravare sintomi preesistenti. Devono essere seguite le raccomandazioni per l'adeguamento delle condizioni ambientali alle esigenze degli alunni e del personale; ed ancora di più nel ca-

so di soggetti asmatici. Molti miglioramenti possono essere ottenuti modificando il comportamento individuale e prestando attenzione al rispetto del respiro per tutti.

il fumo fa male, è una vera e propria malattia che causa ogni anno in Italia più di 90.000 morti ed è la più importante causa prevenibile di morte nel nostro paese. Se da un lato il fumo causa malattie gravi e letali, BPCO, Insufficienza Respiratoria, tumore polmonare, ipertensione ed infarto, dall'altro la nicotina è da considerarsi una vera e propria droga che crea dipendenza fisica e psicologica, portando il fumatore che voglia o debba smettere di fumare a trovare notevoli difficoltà a farlo.

la scuola è la "palestra" dove si impara a fumare. Al contrario degli adulti gli adolescenti sono portati a sperimentare e rischiare. Le aziende produttrici sfruttano le minori difese razionali dei ragazzi e la loro necessità di affermare la propria personalità: è durante questa età che si instaura la dipendenza da nicotina mantenuta poi a caro prezzo. Ben l'82% dei fumatori inizia durante l'adolescenza e sono molto pochi coloro che iniziano dopo i 20 anni d'età. I fattori principali sono l'atteggiamento dei modelli educativi (genitori, insegnanti) nei confronti del fumo e la pressione dei compagni coetanei, ma la scuola è l'ambiente dove il fumo si diffonde, acquisisce i suoi caratteri di rito sociale, di "cerimonia di iniziazione".

La Legge n. 584 del 11 Novembre 1975 proibisce il fumo a scuola. La Direttiva del Presidente del Consiglio dei Ministri del 14 Dicembre 1995 estende tale divieto alle scuole di ogni ordine e grado, compresi *i locali aperti al pubblico cioè quelli in cui la generalità degli amministrati e degli utenti accede senza bisogno di particolari permessi, negli orari stabiliti*. Ciò significa: aule, corridoi segreterie, biblioteche, sale di lettura, di ricevimento insegnanti, bagni, ecc.

Il D.L. n.626 del 19 Settembre 1994 tutela ogni lavoratore anche dal fumo passivo. Si tratta di tutela "penale": in caso di omissione è previsto l'arresto fino a 6 mesi e l'ammenda fino a 8 milioni. La Sentenza della Corte Costituzionale n.399T del 11-20 Dicembre 1996 riconosce il diritto del lavoratore a chiamare il datore di lavoro innanzi al giudice per l'accertamento di eventuali responsabilità.

Informare genitori, insegnanti e personale sull'accoglienza del bambino asmatico a scuola. L'asma e le allergie sono patologie in crescita in tutto il mondo. Al bambino con queste patologie deve essere garantito il di-

ritto di giocare, studiare e fare sport come tutti gli altri bambini in un ambiente sicuro e sereno. E' importante quindi pubblicare e diffondere informazioni e consigli sul tema.

Evoluzione del progetto nel tempo

Nell'anno scolastico 2000-2001 l'Istituto Comprensivo "G. Pagoto" di Erice ha partecipato alla 63° Campagna Nazionale realizzando, sia per le 3° classi della scuola media che per le 5° classi della scuola elementare "Walt Disney", gli interventi didattici d'informazione e di educazione sanitaria sul tema: *"fumo di tabacco attivo e passivo e patologie correlate"* (Fig4).

L'anno successivo è stato riproposto il progetto alle scuole Pagato e Walt Disney, inserendo anche un incontro con gli alunni ad opera di un esperto legale sul tema: *"aspetti legali e sociali del divieto di fumare"*. Inoltre è stato bandito un piccolo concorso tra gli alunni sulla realizzazione di cartelli colorati sul tema Vietato Fumare, e realizzata una ricerca sulla pubblicità occulta al fumo di sigarette con discussione in classe dei casi individuati: sponsorizzazioni sportive, pubblicità ad abbigliamento casual, atteggiamenti pro-fumo di protagonisti di film o cartoni.

Negli anni a seguire, vista l'esperienza acquisita, ASMARA e AMP hanno deciso di coinvolgere nel progetto altre scuole e di trattare riguardanti *"la qualità dell'aria e patologie correlate"*.

Nel 2005, in occasione della "Giornata del Respiro", promosso dal Provveditorato agli Studi di Trapani, si è tenuto presso il Liceo Artistico di Trapani il convegno dal titolo: *"Progetto Prevenzione – Adolescenze e adultità, dipendenze e responsabilità"* (Fig5).

Da alcuni anni comunque, si è deciso di coinvolgere maggiormente gli adulti, soprattutto il personale docente e non docente, subordinando l'intervento ai ragazzi ad un incontro con gli adulti, che altrimenti, avrebbero continuato a non interessarsi del problema, facendo orecchie da mercante e interpretando il nostro incontro con i ragazzi solo come un loro momento di pausa dal lavoro. Ovviamente, il taglio dato non è quello di una lezione diretta, ma di un incontro di formazione ed informazione su come noi volontari specializzati e i docenti interessati affrontano il tema con i ragazzi, differenziando il lavoro a seconda delle classi di età. Inoltre si ricorda che fare rispettare il divieto serve anche per tutelarsi da eventuali rival-

se da parte di chi potrebbe instaurare *azioni risarcitorie per danni alla salute causati dal fumo*.

Tant'è che nel 2006 si è organizzata da parte di ASMARA e AMP, in collaborazione con i club service femminili, una conferenza di presentazione, ospiti Sindaco, Provveditore e Presidente OdM, per coinvolgere e reclutare alla partecipazione proprio il personale docente e non docente delle scuole (*Fig6 e Fig7*).

Finalità e Obiettivi

Acquisire la consapevolezza che il fumo è nocivo per la salute, e che la qualità dell'aria nelle scuole è importante perchè riguarda un gran numero di persone. L'inquinamento può essere elevato e causare conseguenze nocive per tutti ed in particolar modo per i soggetti affetti da asma.

Acquisire la conoscenza dei rischi sulla salute dell'inquinamento ambientale indoor e del fumo attivo e passivo, e dei miglioramenti ottenibili modificando il comportamento individuale e attuazione delle modifiche comportamentali.

Come creare una scuola dell'aria pulita e mezzi utilizzati

L'intervento è diretto agli alunni delle 5° classi elementari e delle 2° classi delle scuole medie, poiché in quegli anni è previsto lo studio delle scienze e del corpo umano. Il personale docente competente ed i referenti della educazione alla salute, affrontano, durante l'anno scolastico i temi relativi al progetto: corpo umano ed apparato respiratorio, cardiocircolatorio e riproduttivi; l'aria e l'inquinamento, le tossicodipendenze, aspetti pedagogici e psicologici delle problematiche giovanili, educazione civica, salvaguardia dei beni architettonici ed ambientali.

Successivamente incontriamo i ragazzi, a scuola, nel loro ambiente, ed in un informale e vivace colloquio affrontiamo direttamente il problema "fumo e patologie correlate" utilizzando diapositive, filmati ed il pratico esperimento della "bottiglia che fuma".

Riferimenti storico geografici: si inizia con le caravelle, Cristoforo Colombo, l'America, i nuovi cibi allora sconosciuti e diventati oggi quotidiani, il tabacco, il fumo come rituale, la realtà moderna.

Pinocchio: prendendo spunto dall'idea avuta nel 2000 dalla Federazione Italiana contro le Malattie Polmonari Sociali e la Tubercolosi, ci faccia-

mo guidare nel nostro viaggio-incontro con i ragazzi, come fece Dante nella Divina Commedia con Virgilio, da un personaggio italiano che incarna appieno il ragazzo nostrano: vivace e discolo, ma intelligente che arriva, facendo le proprie esperienze, alla piena maturazione. Infatti, per quanto indisciplinato fosse, di certo non fumava, e perché? perché era fatto di legno e si sarebbe bruciato (con un banale ma chiaro riferimento al percepito danno dal fuoco) (*Fig8*).

E si continua con il personaggio negativo della favola, Mangiafuoco, che proprio nel nome mostra il peggio: mangia, bocca, fuoco, fumo.

Segue poi la triste vicenda del carcere, dove Pinocchio finì per comportamenti sbagliati, che utilizziamo per affrontare le normative che vietano il fumo in tutti i locali, tranne quelli domestici.

Ma il momento fondamentale è l'incontro della classe con il Gatto e la Volpe, stereotipo del cattivo modello, e che il ragazzo spesso non coglie fermandosi alle apparenze. D'altronde il ragazzo non vede ancora nell'esempio dell'amico più grande e fumatore i danni del fumo. Cerchiamo di fargli acquisire questa consapevolezza mediante un espediente.

Questionario da somministrare a familiari fumatori adulti

Compilare al proprio domicilio, individuando un familiare o un conoscente fumatore, un questionario che aiuti ad individuare i sintomi e i danni delle patologie da fumo e la relativa qualità della vita (*Fig9*).

Esperimento della bottiglia che fuma

Facendo riferimento alla Scienze e alla caratteristica dei gas che assumono la forma del contenitore, attuiamo a fine incontro un classico esperimento.

Si riempie una bottiglia di plastica d'acqua, con un foro in basso chiuso da un tappo di plastilina. Si pone sul collo della bottiglia una tettarella forata, contenete all'interno un batuffolo di cotone, e si inserisce una sigaretta accesa nel foro della tettarella.

Quando togliamo il tappo dal fondo della bottiglia, l'acqua inizia a defluire e l'aria aspirata "fuma" di fatto la sigaretta. Così la bottiglia, in un paio di minuti, si riempie di fumo, la sigaretta si consuma e i ragazzi potranno finalmente vedere e quantizzare il fumo; inoltre analizzando il batuffolo di cotone diventato nero e puzzolente diventano "tangibili" le sostanze nocive fumate da un'unica sigaretta (*Fig10*).

Attività pratiche manuali e piccoli concorsi

Abbiamo provveduto ad istituire dei piccoli concorsi, interni alla scuola, per la realizzazione di opere grafiche da utilizzare come copertina della locandina-invito che verrà stampata e distribuita.

Altra attività è stata la realizzazione dei cartelli “vietato fumare” seguendo le direttive della legge, compresa la individuazione del responsabile. Nel contempo i rappresentanti di istituto hanno provveduto all’individuazione e alla realizzazione di appositi spazi per fumatori.

Infine una piccola ricerca sulla individuazione della pubblicità occulta alle sigarette a portato i ragazzi ad una maggiore attenzione a tutti i messaggi che ci piovono dall’esterno.

GIUSEPPE DI MARCO

BIBLIOGRAFIA

- Divieto di fumo nelle scuole – legge n.584, 11 Novembre 1975
- Sicurezza sui luoghi di lavoro – D.L. n.626, 19 Settembre 1994
- Divieto di fumo nei locali pubblici – D.P.C.M. 14 Dicembre 1995
- Diritto del lavoratore a chiamare il datore in giudizio per responsabilità – Sentenza C.C. n.339T, 11-20 Dicembre 1996
- Ministero della Sanità – Dipartimento della Prevenzione – 63° Campagna Nazionale per la prevenzione della tubercolosi, delle malattie polmonari sociali, contro gli inquinamenti ambientali ed il fumo di tabacco – 5 Giugno 2000
- Protocollo di intesa fra Ministero della Pubblica Istruzione e Federazione Italiana contro le Malattie Polmonari Sociali e la Tubercolosi – anno scolastico 2000-2001
- FIMPST – 63° Campagna Nazionale – anno scolastico 2000-2001
- Tutela della salute dei non fumatori – Legge 16 gennaio 2003 n. 3 art. 51
- Istituto Superiore di Sanità – OSSFAD – Indagine DOXA – 2007
- Progetto Mondiale GOLD BPCO – Linee Guida Italiane – Modena 4-7 Marzo 2010
- Istituto Superiore di Sanità – OSSFAD – XII Convegno Nazionale Tabagismo e SSN – Roma 31 Maggio 2010
- 4° Memorial “Maurizio Vignola”: i fenotipi dell’asma in relazione all’età – atti – 12 Novembre 2010 (*Fig11*).